* de même l'équation : $f(x)=0$ n'a pas de solution dans $]1,+\infty[$

* f est continue est strictement décroissante sur $]0,1[$

$\Rightarrow f$ réalise une bijection de $]0,1[$ sur IR

Comme $0\in IR$ alors il existe un unique réel

$x_0\in\,]0,1[\ tq: f(x_0)=0$

$f\left(\frac{2}{5}\right).f\left(\frac{9}{2}\right)=.....<0$

$\Rightarrow \frac{2}{5}<x_0<\frac{9}{2}$

Conclusion :

L'équation $f(x)=0$ admet x_0 comme unique solution dans $IR^*\setminus\{1\}$.

EX 18 :

A)

1) $g(x)=(1-x).Lnx \qquad x\in IR_+^*$

$g(x)=0\Leftrightarrow 1-x=0$ *ou* $Lnx=0$

$\Leftrightarrow x=1$

x	0		1	
g(x)	|	-	0	-

2) $h(x)=Lnx-x$

a) $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$

x	0		1	
h'(x)	|	+	0	-
h(x)	|	↗ -1		↘
	|	-∞		-∞

$\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(Ln(x)-x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x\left[\underbrace{\frac{Lnx}{x}}_{0}-1\right]=-\infty$

b) h admet (-1) comme maximum absolu

$\Rightarrow h(x)\le -1;\ \forall x\in IR_+^*$

D'où $h(x)<0;\ \forall x\in IR_+^*$

B)

$f(x)=Lnx.(Lnx-x)$

1) f est dérivable sur IR_+^* comme étant produit de deux fonctions dérivables

$f'(x)=\frac{1}{x}(Ln-x)+Lnx\left(\frac{1}{x}-1\right)$

$f'(x)=\frac{(Lnx-x)+(1-x)Lnx}{x}$

$f'(x)=\frac{g(x)+h(x)}{x}$

2) $f'(x)<0$ car $g(x)\le 0$ *et* $h(x)<0$

x	0		+∞
f'(x)	|	-	
f(x)	|	+∞ ↘	-∞

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\underbrace{Lnx}_{-\infty}\left(\underbrace{Lnx-x}_{-\infty}\right)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{x.Lnx}_{+\infty}\left[\underbrace{\frac{Lnx}{x}}_{0}-1\right]=-\infty$

3) * $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$

La droite d'équation : $x=0$ est une asymptote à (Cf)

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{Lnx}_{+\infty}\left[\underbrace{\frac{Lnx}{x}}_{0}-1\right]=-\infty$

(Cf) admet une branche infinie parabolique de direction celle de $\left(o,\vec{j}\right)$ au voisinage de $(+\infty)$.

4)

a) on a :

$f(1)=0$

f est continue et strictement décroissante sur IR_+^*, d'où

$(Cf)\cap\left(o,\vec{i}\right)=\{B(1,0)\}$

b) $T: y=f'(1).(x-1)+f(1)$

$T: y=-x+1$

Qarray.tn-Aqra Blech-Qarray.tn